

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Кафедра функционального анализа и его приложений

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

по дисциплине
«Разделы математики»

На тему:
«Матрицы. Действия над матрицами.»

Отчет выполнила:
Ст. гр. Арх-222
Рыжкина А.Д.
Вариант 15

Отчет проверила:
доцент каф. ФАиП
Кондакова Е.Н.

г. Владимир
2023 г.

Цель работы.

Получение и систематизация знаний по теме «Линейная алгебра», а также навыков решения типовых задач.

Теория по теме: «Матрицы. Действия над матрицами.»

1. Матрица – таблица чисел (выражений), имеющая «m» строк и «n» столбцов.
 A_{ij} – числа, называемые матричными элементами. i – нумератор строк, j – нумератор столбцов.
 $M \times n$ – размерность матрицы или ее структура.
2. Матрицы бывают:
 - 2.1. Матрица-строка – матрица, имеющая 1 строку и n столбцов.
 - 2.2. Матрица-столбец – матрица, имеющая m строк и 1 столбец.
 - 2.3. Квадратная матрица – матрица, количество строк и столбцов которой равно.
 - 2.4. Треугольная матрица – матрица, у которой все элементы, стоящие под главной диагональю равны 0.
 - 2.5. Диагональная матрица – матрица, все элементы которой за исключением элементов, стоящих на главной диагонали, равны 0.
 - 2.6. Единичная матрица – диагональная матрица, у которой на главной диагонали все элементы равны 1.
3. Действия над матрицами:
 - 3.1. Суммой (разностью) двух матриц одинаковой структуры A и B называется матрица той же размерности C , элементы которой вычисляются по формуле $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.
 - 3.2. При умножении вещественного числа K на матрицу A все элементы матрица умножаются на это число.
 - 3.3. Произведением матриц A и B является матрица C , элементы которой вычисляются по формуле
$$c_{ij} = \sum_{r=1}^m a_{ir} b_{rj} \quad (i = 1, 2, \dots, l; j = 1, 2, \dots, n).$$
Перемножать можно лишь те матрицы, для которых количество столбцов первой матрицы совпадает с количеством строк второй матрицы.
В общем случае произведение матриц неперестановочно.
 - 3.4. Определитель, или детерминант квадратной матрицы A размера $m \times n$ — это число, ставящееся в соответствие этой матрице A .
Обозначается определитель двумя вертикальными черточками $|A|$ $| A |$, греческой буквой Δ , или $\det A$.
 - 3.5. Обратная матрица – матрица A^{-1} является обратной для матрицы A (определитель матрицы A не должен быть равен 0), если $A^{-1} * A = A * A^{-1} = E$.

4. СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

5. Методы решения СЛАУ:

- 5.1. Метод Крамера.
- 5.2. Матричный метод.
- 5.3. Метод Гаусса.

3. Вычислить определитель матрицы A.

Matrix calculator interface showing Matrix A and Matrix B. Matrix A is $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ and Matrix B is $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$. The calculator shows the determinant of Matrix A as 2.

4. Обратная матрица B.

Matrix calculator interface showing the inverse of Matrix B. The inverse of Matrix B is $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 2. Решение системы линейных уравнений.

1. Методом Крамера.

Online calculator showing the solution of a system of linear equations using Cramer's rule. The system is $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 40 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 20 \end{cases}$. The solution is $x_1 = 4, x_2 = 4, x_3 = 4$.

Онлайн калькулятор. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + 4z = 2 \\ 3x + 4y + 5z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ -y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ y = -2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2(-2z) = 1 \\ y = -2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 4z = 1 \\ y = -2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 4z \\ y = -2z \\ z = z \end{cases}$$

Система уравнений:

$$\begin{cases} 1 \cdot x + 2 \cdot y + 3 \cdot z = 1 \\ 2 \cdot x + 3 \cdot y + 4 \cdot z = 2 \\ 3 \cdot x + 4 \cdot y + 5 \cdot z = 3 \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = 1 + 4z \\ y = -2z \\ z = z \end{cases}$$

Калькулятор | Комментировать

Ответы.

Задание 1.

$$\begin{array}{ccc} 1. & -13 & -3 & 5 \\ & 6 & -20 & -14 \\ & -5 & -23 & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2. & 1)-2 & 48 & 12 \\ & 5 & -33 & -7 \\ & -1 & 27 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2) & 2 & 8 & 2 \\ & 16 & -2 & -20 \\ & 23 & -2 & -28 \end{array}$$

Они не являются перестановочными, так как $A*B$ не равно $B*A$.

$$3. \text{ Определитель } A = 2.$$

$$\begin{array}{ccc} 4. & 1/3 & -1/6 & 0 \\ & -1/9 & -5/18 & 1/3 \\ & 1/3 & 4/3 & -1 \end{array}$$

Задание 2.

$$1. \text{ Методом Крамера.} \\ x=0, y=4, z=5.$$

$$2. \text{ Матричным методом.} \\ x=0, y=4, z=5.$$

$$3. \text{ Методом Гаусса.} \\ x=0, y=4, z=5.$$